PINNeAPPle

RELATÓRIO DE ESTUDO · EXEMPLO PÚBLICO

Otimização topológica projeção, gradiente e o cinza que sobra

MBB e cantilever: quatro execuções, checagem de gradiente por diferença finita e o efeito de tirar os elementos cinzentos.

−18,6%

de compliance com projeção

$1{,}0 \cdot 10^{-6}$

de erro máximo na checagem de gradiente

49 s

para as cinco otimizações

Documento EST-01 · versão 1.0 · 2026
Caso de demonstração: viga MBB e cantilever em 2-D, SIMP
Checagem de gradiente por diferenças finitas em todas as execuções
PINNeAPPle · LAIS & YAN LTDA · pinneapple-labs.github.io

Otimização topológica responde a uma pergunta de projeto: **onde colocar material** para a estrutura ser mais rígida com a mesma massa. A resposta é um campo de densidade, e o que decide se ela serve é a qualidade do campo — não o desenho bonito.

CASO	O QUE É
Viga MBB	carregamento clássico de benchmark, volume máximo de 50%
Cantilever	viga em balanço, volume máximo de 40%
Formulação	SIMP com filtro de densidade e, numa das execuções, projeção
Otimizadores	OC (optimality criteria) e MMA (method of moving asymptotes)

O que é medido. Compliance (flexibilidade: menor é melhor), fração de volume final, fração de elementos cinzentos e o erro da checagem de gradiente. O número que interessa é a combinação — compliance baixa com pouco cinza.

Cada execução termina com três verificações: o volume é o pedido, a fração cinzenta é medida e o gradiente analítico é comparado com diferenças finitas.

VERIFICAÇÃO	CRITÉRIO	RESULTADO
Volume final	igual ao limite pedido	0,500 · 0,500 · 0,500 · 0,400
Gradiente	erro relativo máximo por diferença finita	$1{,}0 \cdot 10^{-6}$ `passa`
Custo	tempo total das cinco execuções	49,4 s

A checagem de gradiente parece burocracia até o dia em que um resultado melhora 20% sem explicação: com ela, ou o gradiente está certo e a melhora é real, ou o otimizador está descendo a ladeira errada e isso aparece antes de virar desenho.

EXECUÇÃO	COMPLIANCE	ITERAÇÕES	VOLUME	FRAÇÃO CINZENTA
MBB · OC, filtro	233,71	146	0,500	0,444
MBB · MMA, filtro	233,49	58	0,500	0,453
MBB · MMA, filtro + projeção	190,05	207	0,500	0,0225
Cantilever · MMA, projeção	75,43	228	0,400	0,00875

OC e MMA chegam praticamente ao mesmo lugar com filtro (233,71 contra 233,49), com o MMA em 58 iterações contra 146. A projeção muda o resultado de verdade: compliance cai para **190,05**, com 207 iterações.

> **A leitura correta.** Não é “projeção é melhor”: é que a projeção empurra a densidade para 0 ou 1, o que muda a física do problema resolvido. Comparar os dois números sem olhar a fração cinzenta seria comparar duas estruturas diferentes.

Sem projeção, **44%** dos elementos ficam em densidade intermediária — um material que não existe. Com projeção, essa fração cai para **2,25%** na MBB e **0,88%** no cantilever.

MÉTRICA	MBB COM FILTRO	MBB COM PROJEÇÃO	EFEITO
Compliance	233,49	190,05	−18,6%
Fração cinzenta	0,453	0,0225	−95%
Iterações	58	207	×3,6 de custo

O ganho de 18,6% em compliance vem junto com 3,6 vezes mais iterações. A decisão de projeto é essa troca — não uma escolha óbvia.

ITEM	O QUE O RELATÓRIO DIZ
2-D, elástico linear	sem contato, flambagem, plasticidade ou fadiga
Fração cinzenta residual	2,25% na MBB: o desenho ainda não é 100% 0/1
Compliance	depende do filtro, da malha e da projeção; números de um caso, não de uma família
Fabricabilidade	não avaliada: o resultado não é um desenho de produção
Custo	49 s para o conjunto, numa máquina só — não é uma varredura de robustez

Do campo à peça falta um passo. Entre o campo de densidade e a peça há interpretação geométrica, tolerâncias e verificação estrutural da geometria final. Este estudo entrega a distribuição de material; a peça é outro projeto.

190,05
de compliance com projeção

2,25%
de elementos cinzentos

58
iterações com MMA + filtro

$1{,}0 \cdot 10^{-6}$
de erro na checagem de gradiente

O que dá para decidir

Onde colocar material, com que custo computacional, e se o resultado é confiável o suficiente (gradiente checado, volume respeitado, cinza medido). O que não sai daqui é peça fabricável.

Proveniência

O QUE	ONDE
Resultados	`PINNeAPPle/examples/topology_optimization/results/mbb_summary.json`
Scripts	`examples/topology_optimization/01_mbb_beam.py`
Rotor de relutância	`results/reluctance_rotor_summary.json`

Este é um relatório de exemplo, sobre benchmarks públicos. Um estudo para a sua estrutura segue a mesma estrutura: volume respeitado, gradiente checado, cinza medido — e a página do que não foi verificado.